

MATEMÁTICA

MATERIAL PARA DOCENTES
QUINTO GRADO
EDUCACIÓN PRIMARIA

MATEMÁTICA

MATERIAL PARA DOCENTES
QUINTO GRADO
EDUCACIÓN PRIMARIA

Estos materiales han sido producidos por los especialistas del área de Matemática del IIFE-UNESCO Buenos Aires:

Equipo del área de Matemática

Autores

Silvana Seoane | Betina Seoane

Referentes

María Mónica Becerril | Andrea Novembre | Beatriz Moreno | Mónica Urquiza | Alejandro Rossetti | Héctor Ponce | Inés Sancha | Horacio Itzcovich

Agradecemos el aporte de Ana Lía Crippa.

Equipo de desarrollo editorial

Coordinación general y edición

Ruth Schaposchnik | Nora Legorburu

Corrección

Pilar Flaster | Gladys Berisso

Diseño gráfico y diagramación

Evelyn Muñoz y Matías Moauro - Imagodg

Seoane, Silvana

Matemática material para docentes quinto grado educación primaria / Silvana Seoane y Betina Seoane. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Instituto Internacional de Planeamiento de la educación IIFE-Unesco, 2012.
Internet.

ISBN 978-987-1836-86-4

1. Guía para Docentes. 2. Matemática. I. Seoane, Betina II. Título

CDD 371.1

Fecha de catalogación: 02/02/2012

IIFE - UNESCO Buenos Aires

Agüero 2071 (C1425EHS), Buenos Aires, Argentina

Hecho el depósito que establece la Ley 11.723

Libro de edición argentina. 2011

Permitida la transcripción parcial de los textos incluidos en esta obra, hasta 1.000 palabras, según Ley 11.723, artículo 10, colocando el apartado consultado entre comillas y citando la fuente; si éste excediera la extensión mencionada deberá solicitarse autorización al Editor.

Material de distribución gratuita. Prohibida su venta

ÍNDICE

Introducción general	5
Marco general de la propuesta de Matemática	9
Matemática en el Segundo Ciclo	14
Ejemplo de mapa curricular de Segundo Ciclo	18
Quinto grado	20
Ejemplo de distribución anual de contenidos I	20
Ejemplo de distribución anual de contenidos II	21
Ejemplo de planificación mensual	22
Ejemplo de planificación semanal	24
Ejemplo de evaluación de un contenido	26
Ejemplo de problemas para evaluación de fin de año	28
Bibliografía y links recomendados	31
Cuadernillo de actividades	37

La producción de este material ha sido posible gracias a los intercambios desarrollados entre los referentes locales, los capacitadores y los docentes, a lo largo de toda esta experiencia. Esperamos resulte un aporte a la compleja tarea de enseñar y aprender matemática que permita ofrecer mayor cantidad de oportunidades a los niños para aventurarse en el desafío intelectual que se propicia.

Equipo de Matemática

Tucumán: Cecilia Catuara, Nora Fagre, María Irene Flores, Marta Lopez de Arancibia, Alicia Viviana Moreno, Luciana Neme, Patricio Smitsaart

Santa Cruz: Gabriela Rodríguez, Viviana Mata, Marta Sanduay, Lía Vazquez, Valentina González, Norma Gómez, Alfredo Salvatierra, Sandra Manzanal

Corrientes: Mónica Miño, Zunilda Del Valle, Ana Benchoff

Chaco: Laura Ochoa, Irma Bastiani, Viviana Benegas, Patricia Dellamea

Virasoro: Elena Ayala, Andrea Paula Drews, José Pereyra, Irma Neves Benítez, Mónica Magdalena Rodríguez

Carlos Casares: Daniela Zermoglio, Mario Martin, Analía Cortona, Nilda Martin, Laura Delgado, Daniela Pere

Campana-Pilar-San Nicolás: Teresita Chelle, Ana Barone, Gloria Robalo Ana Felisa Espil, Miriam Cabral, Mirta Ricagno, Mónica Rinke, Graciela Borda

Córdoba: Felisa Aguirre, Laura Sbolci, Ana García

Ensenada: Cecilia Wall, Verónica Grimaldi, Mónica Escobar.

INTRODUCCIÓN GENERAL

Este material ha sido pensado con la intención de colaborar con la práctica cotidiana de los docentes.

Es reconocida la complejidad que adquiere dicha práctica al momento de pensar la enseñanza: armado de planificaciones, carpetas didácticas, selección de libros de texto, elaboración de actividades, diseño de evaluaciones, etcétera. Y estos desafíos generalmente son poco considerados a la hora de valorar la labor de los docentes.

Por este motivo, y buscando acompañar las decisiones que toman los docentes, este material ofrece diferentes tipos de recursos para que estén disponibles y puedan ser un insumo que colabore en la planificación, desarrollo y evaluación de la enseñanza.

Los distintos tipos de recursos que constituyen este material se sustentan en un proyecto de enseñanza que considera la Matemática desde una perspectiva determinada. Es decir, se parte de la idea de que los alumnos tengan la oportunidad de reconstruir los conceptos matemáticos a partir de diferentes actividades intelectuales que se ponen en juego frente a un problema para cuya resolución resultan insuficientes los conocimientos de los que se dispone hasta el momento... Hay dos cuestiones centrales que también hacen al enfoque adoptado. En primer lugar, ayudar a los alumnos a concebir la Matemática como una disciplina que permite conocer el resultado de algunas experiencias sin necesidad de realizarlas efectivamente. Y por otro lado, para que la actividad matemática sea realmente anticipatoria de la experiencia, es necesario estar seguro de que esa anticipación fue realizada correctamente, en otras palabras, es necesario validar la anticipación. Es decir, se trata de generar condiciones que permitan a los alumnos producir recursos que les permitan obtener resultados frente a una amplia variedad de problemas, sin necesidad de recurrir a la experiencia empírica y producir argumentos que les permitan responsabilizarse matemáticamente por la validez de esos resultados.

Estos lineamientos generales son los que fundamentan las selecciones desarrolladas en los materiales, los recortes establecidos, los ejemplos elaborados, los problemas seleccionados.

Este material contiene entonces diferentes recursos que se detallan a continuación, organizados por grado, desde 1.º hasta 6.º. Para cada grado, se podrá encontrar:

1. MAPAS CURRICULARES ORIENTATIVOS

Estos mapas curriculares son ejemplos que explicitan los contenidos de enseñanza a lo largo de toda la escolaridad. Se construyeron considerando los aspectos comunes que se esbozan en los Diseños Curriculares de cada Jurisdicción y los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Por lo tanto, requieren ser completados con aquellas sugerencias esbozadas en las orientaciones curriculares jurisdiccionales.

Para facilitar su identificación, los mapas curriculares se presentan en formato de planillas, desplegados para cada grado y organizados por ciclos, de tal manera que cada escuela pueda analizar y establecer los contenidos en relación con el año de escolaridad y en correlación con años anteriores y posteriores, es decir que tenga presente la horizontalidad del trabajo.

Asimismo, podrá orientar la labor de directivos para preservar la coherencia en la distribución de contenidos en los grados y en los ciclos.

2. EJEMPLOS DE PLANIFICACIONES ANUALES

Se trata de propuestas de distribución de los contenidos de enseñanza a lo largo del año. Son ejemplos y, como tales, se podrán transformar en herramientas para que cada docente pueda pensar su propio recorrido anual, con el grado asignado y en función de sus alumnos.

3. EJEMPLOS DE PLANIFICACIONES MENSUALES

Se trata de una primera “lupa” sobre la planificación de un mes determinado. Se ofrece en este caso una mirada ampliada al interior de uno de los meses y se detalla el asunto que será prioritario en ese mes, ejemplos de problemas, adecuaciones semanales, que podrán orientar la perspectiva adoptada.

4. EJEMPLOS DE PLANIFICACIONES SEMANALES

Se trata de un ejemplo del desarrollo del trabajo a lo largo de una semana de clases. En este ejemplo, se explicitan las actividades propuestas para cada clase, las discusiones que se propiciarán con los alumnos, la organización del trabajo en el aula, los tiempos que demandarán, las conclusiones a las que se pretende arribar y los aprendizajes esperables.

5. EJEMPLOS DE EVALUACIONES ANUALES, BIMESTRALES O POR CONTENIDOS DE TRABAJO

Se trata en este caso de ofrecer a los docentes insumos para pensar las evaluaciones. Al ser ejemplos, brindan la posibilidad de tomar decisiones: alterar el orden de las actividades, modificar algunos datos de los problemas, considerar diferentes criterios para su corrección, incorporar otros problemas, quitar alguno, etcétera.

Lo que se busca con estos ejemplos es preservar el espíritu del trabajo elaborado en las planificaciones y en los cuadernillos de manera de forjar el mayor grado de coherencia entre lo que se planifica, lo que se enseña y lo que se evalúa, asumiendo que estos recursos no son los únicos modos de identificar los avances de los alumnos y repensar la enseñanza.

6. EJEMPLOS DE CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Se proponen también, a la luz de los ejemplos de evaluaciones y a raíz de un problema, diferentes maneras de pensar la corrección de las pruebas o problemas que se les presentan a los alumnos. Se parte de la idea de que la corrección debe ser un aporte a la enseñanza y al aprendizaje. Por eso, es insuficiente entregar los resultados de las pruebas y que allí termine la tarea: ¿Qué se les dice a los alumnos? ¿Cómo se recuperan los resultados de las evaluaciones para que los alumnos sepan qué les pasó y por qué les pasó lo que les pasó?

¿Cómo se reorienta la enseñanza para que los alumnos avancen? ¿Qué aspectos o qué resultados se consideran para la promoción?

Estas cuestiones se plantean en un modo general, pero demandan debates particulares para cada alumno y para cada etapa del año.

7. BIBLIOGRAFÍA Y LINKS RECOMENDADOS

Se presenta también una bibliografía que aborda diferentes aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, organizados según los temas.

Se recomiendan estas herramientas a los docentes para que puedan profundizar sus conocimientos sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

A su vez, para cada material recomendado, se indica el link del cual puede ser “bajado” para su estudio, ser impreso o disponer de él de la manera en que a cada docente y a cada escuela le resulte más conveniente. En dichos links, hay otros materiales que también podrán resultar de interés, aunque no aparezcan en la lista confeccionada.

8. CUADERNILLOS DE ACTIVIDADES PARA LOS ALUMNOS

En función de la planificación anual, se presentan cuadernillos con problemas para trabajar con los alumnos, que recorren y acompañan esa planificación. Al tratarse de cuadernillos o carpetas independientes, el orden de uso será determinado por el docente, aunque cabe aclarar que ciertos contenidos son necesarios para abordar otros y que algunos cuadernillos recuperan conocimientos tratados en otros. En este sentido, el docente deberá cuidar que la propuesta conserve las relaciones entre los conocimientos y el avance en la profundidad del estudio.

Los cuadernillos están pensados para ser entregados a los alumnos para el estudio y trabajo en torno a cada tipo de problema. Son actividades y no presentan aspectos teóricos que quedan en manos del docente. La intención es que, a medida que los alumnos resuelvan los problemas, el docente pueda gestionar debates sobre los procedimientos de resolución, buscar explicaciones que permitan interpretar errores, decidir si algo es correcto, analizar si un recurso puede ser vuelto a utilizar en otro problema, establecer generalidades, etcétera.

Es nuestro deseo que este material se transforme en un insumo de consulta y uso que permita a los docentes sentirse acompañados. Todo lo publicado es susceptible de ser fotocopiado e impreso, solo basta citar la fuente.

Equipo de Matemática

MARCO GENERAL DE LA PROPUESTA DE MATEMÁTICA

Los conocimientos matemáticos que pueblan las aulas responden habitualmente a títulos reconocidos por los docentes: los números naturales y sus operaciones, los números racionales y sus operaciones, el estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos, de sus propiedades; y aquellos aspectos relacionados con las magnitudes, las medidas y las proporciones.

Ahora bien, con estos mismos “títulos”, podrían desarrollarse en cada escuela proyectos de enseñanza con características muy diferentes y, por ende, el aprendizaje de los alumnos también sería distintos.

¿Por qué afirmamos esto?

Desde la perspectiva que adoptamos, hay muchas maneras de conocer un concepto matemático. Estas dependen de cuánto una persona (en este caso, cada uno de sus alumnos) haya tenido la oportunidad de realizar con relación a ese concepto. O sea, el conjunto de prácticas que despliega un alumno a propósito de un concepto matemático constituirá el sentido de ese concepto para ese alumno. Y si los proyectos de enseñanza propician prácticas diferentes, las aproximaciones a los conocimientos matemáticos que tendrán los alumnos serán muy diferentes.

¿Cómo se determinan estas prácticas?

Algunos de los elementos que configuran estas prácticas son:

- Las elecciones que se realicen respecto de los tipos de problemas, su secuenciación, los modos de presentación que se propongan a los alumnos.
- Las interacciones que se promuevan entre los alumnos y las situaciones que se les propongan.
- Las modalidades de intervención docente a lo largo del proceso de enseñanza.

De allí que en este Proyecto, los contenidos de enseñanza esbozados para cada grado están formados tanto por esos títulos fácilmente reconocibles (los números, las operaciones, etc.), como por las formas en que son producidos y las prácticas por medio de las cuales se elaboran. La intención es acercar a los alumnos a una porción de la cultura matemática identificada no solo por las relaciones establecidas (propiedades, definiciones, formas de representación, etc.), sino también por las características del trabajo matemático. Por eso, las prácticas también forman parte de los contenidos a enseñar y se encuentran estrechamente ligadas al sentido que estos contenidos adquieren al ser aprendidos.

¿Cuáles son algunas de las marcas que se pueden identificar como parte de las prácticas matemáticas?

El avance de la Matemática está marcado por problemas externos e internos a esta disciplina que han demandado la construcción de nuevos conocimientos. Una característica central entonces del trabajo matemático es la resolución de diferentes tipos de problemas.

Para que los alumnos también puedan involucrarse en la producción de conocimientos matemáticos, será necesario –aunque no suficiente– enfrentarlos a diversos tipos de problemas. Un problema es tal en tanto y en cuanto permite a los alumnos introducirse en el desafío de resolverlo a partir de los conocimientos disponibles y les demanda la producción de ciertas relaciones en la dirección de una solución posible, aunque esta, en un principio, resulte incompleta o incorrecta.

Otra característica de la actividad matemática es el despliegue de un trabajo de tipo exploratorio: probar, ensayar, abandonar, representar para imaginar o entender, tomar decisiones, conjeturar, etcétera. Algunas exploraciones han demandado años de trabajo a los matemáticos e, incluso, muchas de las preguntas y de los problemas elaborados hace mucho tiempo siguen en esta etapa de exploración porque aún no han sido resueltos.

Por lo tanto, en la escuela se deberá ofrecer a los alumnos –frente a la resolución de problemas– un espacio y un tiempo que posibilite el ensayo y error, habilite aproximaciones a la resolución que muchas veces serán correctas y otras tantas incorrectas, propicie la búsqueda de ejemplos que ayuden a seguir ensayando, les permita probar con otros recursos, etcétera. Explorar, probar, ensayar, abandonar lo hecho y comenzar nuevamente la búsqueda es parte del trabajo matemático que este Proyecto propone desplegar en el aula.

Otro aspecto del trabajo matemático posible de identificar es la producción de un modo de representación pertinente para la situación que se pretende resolver. A lo largo de la historia, las maneras de representar también han sido una preocupación para los matemáticos. Los diferentes modos de representación matemática forman parte del conocimiento en cuestión.

Será necesario entonces favorecer en la escuela tanto la producción de representaciones propias por parte de los alumnos durante la exploración de ciertos problemas, como el análisis, el estudio y el uso de diversas formas de representación de la Matemática. El establecimiento de puentes entre las representaciones producidas por los alumnos y las que son reconocidas en la Matemática será también objeto de estudio.

Muchos problemas o preguntas que han surgido a lo largo de la historia de la Matemática han admitido respuestas que no podían ser probadas inmediatamente, y otras aún no tienen demostración. Estas respuestas, hasta que adquieren carácter de verdad, son reconocidas con el nombre de “conjeturas”.

En las interacciones que se propicien en el aula, a raíz de la resolución y análisis de diferentes problemas, se promoverá que los alumnos expliciten las ideas que van elaborando (las respuestas que encuentren, las relaciones que establezcan, etc.), aun cuando no sea claro para ellos, desde el principio, si son del todo ciertas. Estas ideas y las respuestas provisionales que producen los niños son conjeturas o hipótesis que demandarán más conocimientos para que dejen de serlo.

El quehacer matemático involucra también determinar la validez de los resultados obtenidos y de las conjeturas producidas, es decir, recurrir a los conocimientos matemáticos para decidir si una afirmación, una relación o un resultado son válidos o no y bajo qué condiciones.

Es necesario entonces que los alumnos puedan progresivamente “hacerse cargo” –y, usando diferentes tipos de conocimientos matemáticos, dar cuenta de la verdad o falsedad de los resultados que se encuentran y de las relaciones que se establecen.

Determinar bajo qué condiciones una conjetura es cierta o no implica analizar si aquello que se estableció como válido para algún caso particular funciona para cualquier otro caso o no. A veces, la validez de una conjetura podrá aplicarse a todos los casos y podrá elaborarse entonces una generalización. Otras veces la conjetura será válida solo para un conjunto de casos. Generalizar o determinar el dominio de validez es también parte del trabajo matemático.

Una última característica a destacar del trabajo matemático es la reorganización y el establecimiento de relaciones entre diferentes conceptos ya reconocidos. Reordenar y sistematizar genera nuevas relaciones, nuevos problemas y permite producir otros modelos matemáticos.

Se comunican los modos de producción –o las prácticas matemáticas– asociados a los “títulos” a los que se hacía referencia inicialmente con la intención de promover prácticas de enseñanza que favorezcan que los conocimientos de los alumnos se carguen de un cierto sentido. No se trata de enseñar en la escuela primaria algunos rudimentos y técnicas para que luego, más adelante, solo algunos alumnos accedan a las maneras de pensar y producir en Matemática; sino de intentar que desde los primeros contactos con esta disciplina, el estudio de la Matemática sea una forma de acercarse a sus distintas maneras de producir. En este Proyecto, se adopta la idea de que enseñar Matemática es también introducir a los alumnos en las prácticas y en el quehacer propio de esta disciplina.

Una cuestión que ha dado lugar a muchas discusiones en distintos momentos de la enseñanza de la Matemática se refiere al lugar que ocupa –sobre todo en los primeros grados– la utilización de “material concreto” para producir resultados o para comprobarlos. Hay distintas maneras de recurrir al uso de este tipo de materiales. Supongamos por ejemplo que, en primer grado, se les propone a los alumnos la siguiente situación: un niño pasa al frente y pone, a la vista de todos, 7 chapitas en una caja; después pasa otro niño y pone, también a la vista de todos, 8 chapitas. Se les pide a los niños que encuentren una manera de saber cuántas chapitas hay en la caja. Utilizando diversas estrategias, los niños arribarán a un resultado. Si para constatarlo los niños cuentan las chapitas de la caja, estarán haciendo una comprobación empírica. Si, en cambio, se excluye la posibilidad de acción efectiva sobre los objetos y se les pide a los chicos que muestren mediante argumentos que su resultado es correcto, sin corroborarlo empíricamente, estarán haciendo una validación de tipo argumentativo.

Es necesario señalar que, cuando las comprobaciones son de tipo empírico, es imprescindible proponer la anticipación de los resultados que luego se leerán en la comprobación (en la situación de la caja los niños primero anticipan y luego corroboran). De esta manera, en este juego de anticipación-validación argumentativa-corroboración empírica, los

niños irán descubriendo que los resultados que obtienen son una consecuencia necesaria de haber puesto en funcionamiento ciertas herramientas del aparato matemático. Sin esta anticipación, los niños manipulan material, y los resultados que obtienen son producto de una contingencia (se obtuvieron estos, pero podrían haberse obtenido otros). En otras palabras, si no hay articulación entre anticipación y comprobación empírica, esta última se plantea solo con relación a ella misma, y sus resultados no se integran a ninguna organización de conocimiento específica.

Es necesario señalar que, cuando la comprobación es empírica, esa relación de necesidad entre las acciones realizadas para anticipar, y los resultados leídos en la corroboración, no puede independizarse del contexto particular en el que se desarrolló. ¿Resulta esta afirmación un argumento para descartar las comprobaciones empíricas? De ninguna manera hacemos esa aseveración. Las comprobaciones de tipo experimental hacen posible una interacción entre los modelos matemáticos que los niños van elaborando y los aspectos de la realidad que son modelizables a través de las herramientas matemáticas. Sin esta interacción, ellos no tendrían posibilidad de hacer funcionar esos modelos, de ponerlos a prueba. Concluimos entonces que, cuando las constataciones empíricas se plantean como una verificación de aquello que se ha anticipado, se empieza a hacer observable la potencia de la Matemática como herramienta que permite anticipar los resultados de experiencias no realizadas.

Circula en algunos medios una concepción instrumentalista de la enseñanza de la Matemática que sostiene dos principios fundamentales: 1) Su enseñanza se justifica por la utilidad que tienen los saberes matemáticos para resolver problemas cotidianos y 2) los problemas cotidianos son la única vía para que los niños encuentren el sentido de la Matemática. Esta concepción es, desde nuestra perspectiva, objeto de varios cuestionamientos.

Nos interesa que el niño comprenda que la Matemática es una disciplina que ofrece herramientas para resolver ciertos problemas de la realidad. Pero centrarse exclusivamente en la utilidad hace perder de vista a la Matemática como producto cultural, como práctica, como forma de pensamiento, como modo de argumentación. Pensamos con Bkouche que:

Hay una motivación tanto o más fundamental que la utilidad: el desafío que plantea al alumno un problema en tanto tal. Lo que es importante para el alumno no es conocer la solución, es ser capaz de encontrarla él mismo y de construirse así, a través de su actividad matemática, una imagen de sí positiva, valorizante, frente a la Matemática. La recompensa del problema resuelto no es la solución del problema, es el éxito de aquel que lo ha resuelto por sus propios medios, es la imagen que puede tener de sí mismo como alguien capaz de resolver problemas, de hacer matemática, de aprender. (...).

Por otra parte, pensar en las aplicaciones como única fuente de sentido es renunciar a que el niño comprenda que el conocimiento matemático también se produce para dar respuestas a problemas que surgen del interior de la disciplina y esta renuncia minimiza las posibilidades de comprender la lógica interna de la Matemática.

Hay una tercera cuestión que es necesario señalar: el hecho de que el problema se plantee en un contexto extra matemático no siempre aporta a la comprensión o a la resolución del problema. Tomamos la opción de privilegiar los contextos de aplicación extra matemática cuando estos ofrecen al alumno elementos para pensar, abordar, resolver o validar los problemas que están enfrentando. Volvemos a citar a Bkouche:

Ahora bien, lo que da profundamente sentido en la actividad matemática, no es que es curiosa, útil, entretenida, sino que se enraíza en la historia personal y social del sujeto. Toda situación de aprendizaje, más allá de aspectos específicamente didácticos, plantea dos preguntas ineludibles. ¿Cuál es el sentido de esta situación para aquel que aprende? ¿Cuál es la imagen de sí mismo, de sus capacidades, de sus oportunidades de éxito en esta situación? En términos más triviales: ¿qué hago acá?, ¿soy capaz?, ¿vale la pena? Esta relación con el saber pone en juego los deseos, el inconsciente, las normas sociales, los modelos de referencia, las identificaciones, las expectativas, los pareceres sobre el porvenir, los desafíos personales. (...) Es muy reductor invocar simplemente aquí palabras tan vagas como “curiosidad” o incluso “motivación”. El problema no es suscitar la curiosidad, sino proponer a los jóvenes las actividades, las prácticas, los itinerarios de formación que toman sentido en una red compleja de deseos, de expectativas, de normas interiorizadas y que contribuyen a reestructurar esa red.

Los aspectos destacados en estos párrafos están considerados implícita o explícitamente en la organización y distribución de contenidos que ofrecemos como ejemplo. En dicha selección, se han considerado, de alguna manera, no solo los títulos que constituyen los objetos de enseñanza, sino las marcas de las prácticas matemáticas que asociadas a ellos, se propicia desplegar en las aulas.

MATEMÁTICA EN EL SEGUNDO CICLO

El recorrido de los alumnos a lo largo del Segundo Ciclo de la escolaridad involucra algunas cuestiones fundamentales. Por un lado, es el tiempo de afianzar y profundizar los conocimientos elaborados en el Primer Ciclo. En este sentido, aparecerán desafíos más complejos con relación al tamaño y comportamiento de los números naturales. El docente podrá propiciar la resolución de problemas que inviten a elaborar nuevos sentidos de las cuatro operaciones básicas, así como se podrá avanzar en el estudio de las figuras. Es decir, los objetos matemáticos seguirán siendo herramientas para enfrentar variadas clases de problemas y a la vez serán visitados también para estudiar, con más profundidad, su funcionamiento “interno”.

Por el otro, este Segundo Ciclo es un tiempo propicio para acompañar a los alumnos en un reconocimiento más fecundo de los modos de hacer y de producir que tiene la Matemática. En este sentido, profundizar en las propiedades de las cuatro operaciones y enfrentarse a los desafíos que ofrece el terreno de la divisibilidad abren un nuevo universo: poder saber un resultado sin hacer la cuenta, poder anticipar si será cierto o no una igualdad sin usar algoritmos son nuevas marcas de la actividad matemática. Es un momento en el cual se puede avanzar en el trabajo en torno a la posibilidad de decidir autónomamente la verdad o falsedad de una afirmación, la validez o no de un resultado, de una propiedad a partir de la elaboración de argumentos y relaciones basados en los conocimientos matemáticos. La entrada en un tipo de racionalidad propia de esta disciplina es central en este ciclo. Y se “jugará” en cada uno de los grandes ejes de contenidos.

Pero el ingreso de los alumnos en el Segundo Ciclo les depara también algunas rupturas con lo aprendido en el Primer Ciclo. Será parte de la tarea docente enfrentar a los alumnos a un nuevo campo de números: los números racionales, tanto en su expresión fraccionaria como en su expresión decimal. Por un lado, deberán explorar diversos tipos de problemas para los cuales las fracciones son un medio de solución; por ejemplo, problemas de reparto y partición, problemas de medida, etcétera. Pero también –del mismo modo que para los números naturales– deberán enfrentarse a desentrañar algunas cuestiones de su funcionamiento, tales como la comparación, el orden, el cálculo, las diferentes maneras de representar una misma cantidad, etcétera. Respecto de las expresiones decimales, también se propondrá una entrada a través de su uso social –el dinero y la medida– para luego adentrarse en cuestiones internas ligadas al valor posicional, al orden, al cálculo, a la búsqueda de un número entre dos dados, a la equivalencia con infinitas expresiones fraccionarias, etcétera.

Y el estudio de este nuevo campo de números provocará en los alumnos ciertas contradicciones en relación con el trabajo en el campo de los números naturales. Por ejemplo, algunas relaciones que eran válidas para los números naturales (“un número, si es más largo que otro, seguro es mayor”, “entre 2 y 3 no hay ningún número”, “si se multiplica, el número se agranda”) dejan de ser ciertas cuando aparecen los números racionales (ya que un número puede ser más largo que otro y ser menor $-1,9999$ y $2-$, entre 2 y 3 habrá infinitos números y si se multiplica por $0,5$ el número “se achicará”). Acompañar a los alumnos en identificar estos “cortes” los ayudará a posicionarse de mejor manera a la hora de ofrecerles una propuesta de trabajo que ponga en escena estas rupturas.

LOS EJES CENTRALES DEL TRABAJO MATEMÁTICO EN EL SEGUNDO CICLO

Respecto de los números naturales, los alumnos han estudiado en el Primer Ciclo cómo leer, escribir, ordenar números hasta aproximadamente 10.000 o 15.000. En el Segundo Ciclo, la comprensión de las reglas que subyacen a nuestro **sistema de numeración** y la información sobre “números redondos” permitirá que los alumnos puedan leer o escribir cualquier número natural. Del mismo modo, el incipiente análisis del **valor posicional** que han abordado en el Primer Ciclo, descomponiendo y componiendo con 10, 100 y 1.000 les permitirá, en este ciclo, comprender la naturaleza más profunda de nuestro sistema: el agrupamiento en base 10 y la posicionalidad de tal manera de aprender a “ver” en la escritura del número la información que porta y la potencia para cálculos de suma, resta, multiplicación y división por la unidad seguida de ceros. Paralelamente, el estudio de diversos sistemas de numeración antiguos tiene el propósito de favorecer la comparación entre sistemas para enriquecer y complejizar la mirada respecto del que se usa actualmente.

En el terreno de las **operaciones con números naturales**, al mismo tiempo que se propone recuperar la diversidad de cálculos y problemas abordados en el Primer Ciclo, el docente podrá ofrecer diferentes actividades que permitan a los alumnos construir nuevos sentidos, especialmente para la multiplicación y la división. Harán su aparición nuevos problemas de división, tales como los que involucran la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto, o los problemas en los que se repite una cantidad y es necesario determinar cuántas veces. Además de una ampliación de la clase de problemas, el estudio de estas operaciones podrá abarcar también aspectos más “internos” a su funcionamiento, como por ejemplo, la exploración y formulación de las propiedades. Un nuevo aspecto que podrá aparecer en las aulas (asociado a la multiplicación y a la división), serán las ideas de **múltiplos, divisores y divisibilidad**. Estas cuestiones se podrán tratar a partir de una diversidad de problemas: algunos con enunciados verbales y otros estrictamente numéricos que permitirán avanzar sobre ciertas prácticas de argumentación y demostración.

El trabajo geométrico en el Segundo Ciclo podrá permitir a los alumnos **profundizar en el estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos**. A través de problemas de construcción y de determinación de medidas –sin medir– y usando las propiedades estudiadas, es posible favorecer la idea de que los conocimientos son un medio para poder establecer afirmaciones sobre los objetos con los que tratan sin necesidad de apelar a la constatación empírica. En el Primer Ciclo, los niños validan sus producciones recurriendo a ejemplos, a constataciones empíricas y a argumentos muy ligados al contexto en que produjeron sus resultados. En el Segundo Ciclo,

resulta fundamental ofrecer oportunidades para que los alumnos comiencen a elaborar argumentos que validen sus afirmaciones, apoyados en propiedades de las figuras. La validación empírica será entonces insuficiente, por ejemplo, no es posible demostrar que la suma de los ángulos interiores del triángulo mide 180° por medir y sumar sus ángulos, ya que si se miden, no dará justo 180° . Será necesario elaborar otras formas de justificación.

Aparecen también nuevos objetos que, si bien ya han sido visitados de manera más intuitiva, en el Segundo Ciclo se estudiarán en forma más sistemática. Un ejemplo de ello es la **proporcionalidad**. El punto de partida para su estudio nuevamente será el uso que los niños ya conocen de esta relación: resolver problemas en los que se requiere multiplicar o dividir en torno a series proporcionales y poner en juego las ideas de dobles, mitades, triples, etcétera. Pero en este ciclo, su estudio implicará un análisis más profundo de las propiedades de la proporcionalidad, de la constante, del porcentaje y también de los límites de esta noción para resolver problemas. Este contenido articula cuestiones ligadas a los números naturales y racionales, sus operaciones y conocimientos ligados al campo de la medida.

Del mismo modo que para otros objetos, el **estudio de la medida** se podrá iniciar a partir del uso social, de la exploración de algunas unidades de medida y de instrumentos usados fuera de la escuela que han circulado en el Primer Ciclo. En este ciclo, se podrá avanzar hacia un análisis más riguroso de los múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida de longitud, capacidad y peso. Por otro lado, el estudio del perímetro y el área puede abordarse desde dos perspectivas. Una de ellas dirigida a la diferenciación de ambas nociones y a sus aspectos más cualitativos, y la otra –a fines del Segundo Ciclo– asociada a la determinación y al cálculo de áreas y perímetros y al establecimiento de las unidades convencionales. El tratamiento del sistema de medidas será analizado a la luz de sus vinculaciones con el sistema de numeración decimal, la multiplicación y la división por la unidad seguida de ceros, y las relaciones de proporcionalidad.

Una cuestión central en el Segundo Ciclo es la necesidad de involucrar a los alumnos en el proceso de estudio de esta disciplina. Se espera poder generar más espacios que permitan a los alumnos reorganizar su trabajo, volver sobre lo realizado, clasificar y reordenar los problemas, establecer relaciones entre lo viejo y lo nuevo, entre diferentes conocimientos puestos en juego. Los alumnos también tienen que aprender, en la escuela, a estudiar autónomamente. Esto implicará que resuelvan problemas similares a los realizados en el aula, que tengan guías de estudio, problemas para resolver y entregar en un tiempo determinado, que puedan registrar avances y dudas, que puedan identificar los problemas que más les han costado y aquellos en los que más han avanzado. El estudio requiere de un trabajo comprometido y sistemático de los alumnos que deberá ser enseñado, sostenido y propiciado por parte de los docentes. Enseñar a estudiar Matemática es parte de la responsabilidad de la escuela.

¿QUÉ SE ESPERA LOGRAR CON LA ENSEÑANZA EN ESTOS AÑOS?

Si la escuela ha generado ciertas condiciones para la producción, difusión y reorganización de los conocimientos matemáticos, los alumnos al finalizar el Segundo Ciclo deberían poder:

- Hacerse responsables de sus producciones y de su proceso de estudio.
- Elaborar estrategias personales para resolver problemas y modos de comunicar procedimientos y resultados.

- Asumir progresivamente la responsabilidad de validar sus producciones e ideas.
- Valorar el intercambio de ideas, el debate y la confrontación de posiciones respecto de una supuesta verdad.
- Leer, escribir y comparar números naturales sin límite.
- Resolver problemas que exigen descomponer aditivamente y multiplicativamente los números a partir de considerar el valor posicional.
- Comparar características de diversos sistemas de numeración.
- Resolver problemas que involucran distintos sentidos de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división utilizando, comunicando y comparando diversas estrategias y cálculos posibles.
- Seleccionar y usar variadas estrategias de cálculo (mental, algorítmico, aproximado y con calculadora) para sumar, restar, multiplicar y dividir de acuerdo con la situación y con los números involucrados verificando con una estrategia los resultados obtenidos por medio de otra.
- Recurrir a las ideas de múltiplos, divisores y a los criterios de divisibilidad para resolver diferentes clases de problemas, analizar relaciones entre cálculos y anticipar resultados.
- Resolver problemas que involucran distintos sentidos de las fracciones utilizando, comunicando y comparando estrategias posibles.
- Resolver problemas que involucran considerar características del funcionamiento de las fracciones y de las expresiones decimales y las relaciones entre ambas.
- Construir variados recursos de cálculo mental exacto y aproximado que permitan sumar, restar, multiplicar y dividir expresiones decimales entre sí y con números naturales y sumar, restar y multiplicar expresiones fraccionarias entre sí y con números naturales.
- Resolver problemas que involucran relaciones de proporcionalidad con números naturales y racionales.
- Comparar y calcular porcentajes apelando a las relaciones con los números racionales y las proporciones.
- Resolver problemas que exigen poner en juego propiedades del círculo y la circunferencia, de los triángulos y de los cuadriláteros para copiarlos, construirlos, describirlos o anticipar medidas, elaborar conjeturas y debatir acerca de la validez o no de diferentes tipos de enunciados.
- Resolver problemas que exigen poner en juego propiedades de cubos, prismas y pirámides y permitan elaborar conjeturas y debatir acerca de la validez o no de diferentes tipos de enunciados.
- Resolver problemas que involucran el uso del Sistema Métrico Legal (SIMELA) para longitud, capacidad y peso estableciendo relaciones entre fracciones, expresiones decimales, unidades de medida y nociones de proporcionalidad.
- Resolver problemas que implican estimar medidas y determinar la unidad de medida más conveniente.
- Resolver problemas que involucran el análisis de las variaciones en perímetros y áreas y el estudio de algunas unidades y fórmulas convencionales para medir áreas de triángulos y cuadriláteros.

